**Άσκηση 1η**

*Αλγοριθμική Επιχειρησιακή Έρευνα*

*2017-2018*

*Θέμα: Μοντελοποίηση Προβλήματος Ελάχιστου Πλήθους Πλευρών*

*για Κάλυψη Κάθε Κόμβου Γράφου ως Γραμμικό Πρόβλημα*

**Α) Γενική Περίπτωση**

Έστω γράφος *G(V,E)* με *V* το σύνολο των κόμβων και *Ε* το σύνολο των πλευρών αυτού. Κάθε κόμβος θα συνδέεται τουλάχιστον με μία ακμή.

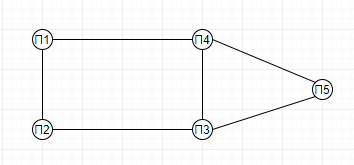
Επιθυμούμε στην τελική λύση να περιέχονται όλες οι ακμές που καλύπτουν ελάχιστα τον γράφο.

Η μοντελοποίηση θα είναι η εξής:

* *Μεταβλητές*: εi, i = 1, 2,…, n οι ακμές του γράφου
* *Περιορισμοί*: *E’* ⊆ *E* |∀ εi ∈ *E’* τέτοιες ώστε να μην υπάρχει ακμή
* *Αντικειμενική Συνάρτηση*: min*z* = min(|E’|)

*Σημείωση*: Στους περιορισμούς θεωρούμε το λογικό OR με το σύμβολο «+», όχι την μαθηματική πράξη της πρόσθεσης.

**Β) Ειδική Περίπτωση**



Επιθυμούμε να μοντελοποιήσουμε το παραπάνω διάγραμμα όπως στη γενική περίπτωση.

Θεωρώ την ακμή Π1-Π2 ως ε1, την Π1-Π4 ως ε2, την Π2-Π3 ως ε3, την Π4-Π5 ως ε4 , την Π3-Π4 ως ε5 και την Π3-Π5 ως ε6.

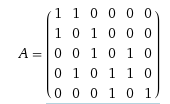
Συνεπώς, έχουμε:

* *Μεταβλητές*: x1, x2, x3, x4, x5 με τιμή 1 αν οι αντίστοιχες ακμές ανήκουν στη λύση *E’* και 0 αλλιώς, οπότε xi ∈ {0,1}
* *Περιορισμοί*:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **ε1** | **ε2** | **ε3** | **ε4** | **ε5** | **ε6** | **Μέγιστο** |
| **Π1** | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| **Π2** | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| **Π3** | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| **Π4** | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| **Π5** | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |

* *Αντικειμενική Συνάρτηση*: min*z* = min(|E’|)

Προκύπτει ο πίνακας:



Θεωρώ το διάνυσμα Χ των μεταβλητών μου ως: *x* =

Και θέλουμε τελικά Α*x* ≥ **1**



Όπου **1** το διάνυσμα